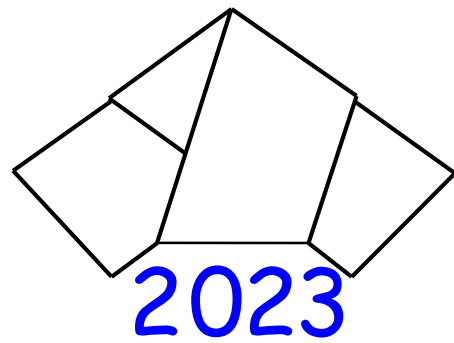


37. Landeswettbewerb

Mathematik

Baden-Württemberg

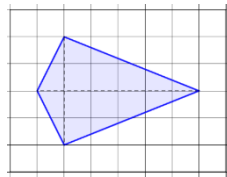


Aufgabe 1

Florian schreibt eine dreistellige Zahl an die Tafel und erkennt: „Meine Zahl ist durch 3 teilbar.“
David vertauscht die ersten beiden Ziffern von Florians Zahl und bemerkt: „Meine Zahl ist durch 4 teilbar.“
Nun vertauscht Mirjam die letzten beiden Ziffern von Davids Zahl und stellt fest: „Meine Zahl ist durch 5 teilbar.“
Welche Zahl kann Florian an die Tafel geschrieben haben?
Bestimme alle Möglichkeiten.

Aufgabe 2

Kathi hat ein rechteckiges Stück kariertes Papier, das 8 Kästchen lang und 6 Kästchen breit ist. Sie möchte vier Gitterpunkte zu einem konvexen Drachenviereck verbinden, dessen Diagonalen auf den Linien des Papiers liegen. Dabei soll die Fläche des Drachenvierecks ein Viertel der Fläche des Papierstücks einnehmen.
Bestimme, wie viele verschiedene, nicht deckungsgleiche Drachenvierecke möglich sind.
Hinweis: Bei einem konvexen Drachenviereck sind alle Innenwinkel kleiner als 180° .

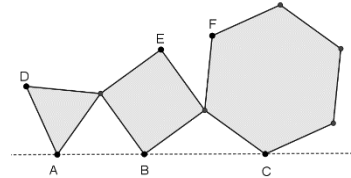


Aufgabe 3

Mara und Silvan spielen ein Spiel mit Perlen, die sich in zwei Gläsern befinden. Zu Beginn enthält das erste Glas 20 und das zweite Glas 23 Perlen. Abwechselnd führen sie je einen Spielzug durch. Ein Spielzug besteht darin, dass alle Perlen eines Glases entfernt und die Perlen des anderen Glases auf beide Gläser verteilt werden. Dabei darf nach einem Spielzug kein Glas leer sein. Wer zuerst keinen vollständigen Spielzug mehr durchführen kann, hat verloren. Mara beginnt.
Kann sie so spielen, dass sie sicher gewinnt? Begründe deine Antwort.

Aufgabe 4

Ein gleichseitiges Dreieck, ein Quadrat und ein regelmäßiges Sechseck haben alle die gleiche Seitenlänge. Wie in der Abbildung hat das Quadrat mit dem Dreieck und dem Sechseck jeweils eine gemeinsame Ecke. Die Punkte A, B und C liegen auf einer Geraden. Liegen auch die Punkte D, E und F auf einer Geraden? Begründe deine Antwort.

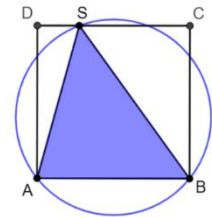


Aufgabe 5

Merle bildet mit den Buchstaben des Wortes „MATHEMATIK“ den folgenden Quotienten zweier Produkte:
 $(M \cdot A \cdot T \cdot H \cdot E \cdot M \cdot A) : (T \cdot I \cdot K)$
Nun ersetzt sie die Buchstaben durch natürliche Zahlen von 1 bis 7, gleiche Buchstaben durch gleiche Zahlen und verschiedene Buchstaben durch verschiedene Zahlen.
Bestimme die kleinstmögliche natürliche Zahl, die Merle dabei als Wert des Quotienten erhalten kann.

Aufgabe 6

Gegeben ist ein Quadrat ABCD. Ein Punkt S bewegt sich auf der Quadratseite \overline{DC} . Auf welcher Bahn bewegt sich dabei der Umkreismittelpunkt des Dreiecks ABS? Begründe deine Antwort.



Einzelheiten zur Auswahl der Aufgaben, zur Korrektur und zu den Preisen kannst du den Teilnahmebedingungen auf der Rückseite dieses Blattes entnehmen. Drei wichtige Informationen sofort:

- Du kannst Lösungen zu maximal vier Aufgaben einsenden.
- Einsendeschluss ist der **09.11.2023**. (Eingang beim Organisationsteam)
- Einsendeadresse: Hebel-Gymnasium, Landeswettbewerb Mathematik Torsten Rupf, Simmlerstraße 1, 75172 Pforzheim
- weitere Informationen auf www.landeswettbewerb-mathematik.de

Klar, da mache ich mit! Bitte diesen Abschnitt in Druckschrift deutlich lesbar ausfüllen, ausschneiden und auf das erste Blatt der Lösungen kleben. Bei Gruppenarbeit bitte für jedes Mitglied einen Abschnitt ausfüllen und aufkleben.

Zu unserer Unterstützung bitten wir unbedingt um die zusätzliche Eingabe der Daten in ein Online-Formular auf unserer homepage: www.landeswettbewerb-mathematik.de (Weitere Informationen s. Rückseite)

Name: Vorname: Klassenstufe:

Straße/Hausnr.: PLZ/Wohnort:
weiblich männlich divers

E-Mail: Online-Anmeldung erfolgt: ja nein (Bitte ankreuzen)

Name der Schule: PLZ/Schulort:

Gruppenarbeit: ja nein (Bitte ankreuzen) **Nummern** der bearbeiteten Aufgaben (höchstens **vier**) bitte ankreuzen:

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

Ich bestätige hiermit, alle Aufgaben selbständig bzw. nur in Zusammenarbeit mit den Gruppenmitgliedern gelöst zu haben.
Die Informationen zum Datenschutz auf der Homepage des Landeswettbewerbs habe ich gelesen und stimme der Speicherung und Verarbeitung der Daten für die Abwicklung des Wettbewerbs zu, auch im Falle der Eingabe in das Online-Formular.

Unterschrift Teilnehmer: Erziehungsberechtigter:

Teilnahmebedingungen und Hinweise

- * Teilnahmeberechtigt sind alle Schülerinnen und Schüler aus Baden-Württemberg, die eine Gemeinschaftsschule, Realschule oder ein Gymnasium bis Klassenstufe 10 einschließlich besuchen.
- * Für den Wettbewerb werden die Lösungen von höchstens vier der sechs Aufgaben gewertet. Bis einschließlich Klassenstufe 9 können diese vier Aufgaben beliebig ausgewählt werden. Teilnehmerinnen und Teilnehmer der Klassenstufe 10 dürfen aus den Aufgaben 2 bis 6 auswählen.
- * **Für eine schnellere Erfassung der Daten, erbitten wir unbedingt die zusätzliche Eingabe der Daten in ein Online-Formular auf unserer Homepage.**
- * In der ersten Runde ist Gruppenarbeit zugelassen. Eine Gruppe kann aus bis zu drei Mitgliedern bestehen. Besucht mindestens ein Gruppenmitglied die Klassenstufe 10, so werden nur Lösungen zu den Aufgaben 2 bis 6 gewertet.
- * Bei jeder Aufgabe sind vier Punkte erreichbar. Jeder Einzelteilnehmer mit mindestens acht Punkten erhält eine Urkunde und einen Buchpreis. Die Mitglieder einer Gruppe erhalten eine Urkunde. Für einen ersten Preis sind mindestens 14 Punkte erforderlich, für einen zweiten Preis mindestens 11 Punkte.
- * Einzelteilnehmer und Gruppenmitglieder, die einen ersten oder zweiten Preis erhielten, können sich durch die Teilnahme an der zweiten Runde für ein mehrtägiges ma-

thematisches Seminar qualifizieren. In der zweiten Runde ist keine Gruppenarbeit mehr zugelassen. Zu diesen Seminaren werden bis zu 50 Jugendliche eingeladen. Es entscheidet das Ergebnis der zweiten Runde.

- * Die in der ersten Runde erfolgreichsten „Juniorstarter“ aus Klasse 6 werden zu einem ein- bis zweitägigen mathematischen Seminar eingeladen.
- * Für die Lösung jeder Aufgabe ist ein gesondertes Blatt DIN A4 zu verwenden, das jeweils mit dem Namen zu versehen ist.
- * Jede Einsendung muss auf der ersten Seite mit der unterschriebenen Erklärung versehen sein, dass alle Aufgaben selbstständig bzw. nur in Zusammenarbeit mit den Gruppenmitgliedern gelöst wurden. Die Selbstständigkeit bleibt gewahrt, wenn zu Fragen der Dokumentation um Hilfe nachgesucht wird oder Begriffe in der Aufgabenstellung erfragt werden. Nachfragen sind auch unter info@landeswettbewerb-mathematik.de möglich.
- * **Ein Verstoß gegen diese Teilnahmebedingungen – dazu zählt etwa auch die missbräuchliche Nutzung von Internetforen – wird mit Disqualifikation geahndet.**
- * Zu einer vollständig richtigen Lösung gehört insbesondere, dass alle wesentlichen Zwischenschritte aufgeführt und begründet sind. Die bloße Angabe eines Zahlenwertes oder von Beispielen genügt nicht als Lösung. Bei der Verwendung von mathematischen Sätzen, die aus dem Unterricht oder aus dem Schulbuch nicht bekannt sind, ist eine präzise, vollständige Formulierung

und eine genaue Quellenangabe, jedoch kein Nachweis erforderlich. Gegen die Verwendung eines Computerprogramms oder eines Taschenrechners als Hilfsmittel zur Ideenfindung bzw. Rechnungskontrolle ist nichts einzuwenden, doch müssen in der Darstellung der Lösung die für den jeweiligen Nachweis wesentlichen Schritte und Resultate ohne diese Hilfsmittel nachvollziehbar und überprüfbar sein.

- * Die Korrekturentscheidung ist endgültig und unterliegt nicht dem Rechtsweg.
- * Nach Abschluss der Korrektur erhalten alle Teilnehmer Nachricht über das Ergebnis und Lösungsbeispiele zu allen Aufgaben.
- * Eine Rücksendung der korrigierten Arbeiten ist aus organisatorischen Gründen nicht möglich. Es empfiehlt sich deshalb, eine Kopie anzufertigen, um die eigenen Lösungen mit den Lösungsbeispielen vergleichen zu können.
- * Die ausreichend frankierten Zuschriften (Umschlag DIN A4) sind zu richten an:

Hebel-Gymnasium
Landeswettbewerb Mathematik
Torsten Rupf
Simmlerstraße 1
75172 Pforzheim

Einsendeschluss ist der **09.11.2023**
(Eingang beim Organisationsteam).

- * Übungsmaterial:
Die Aufgaben und Lösungen früherer Wettbewerbe sind auf einer CD erschienen und können über info@landeswettbewerb-mathematik.de angefordert werden.

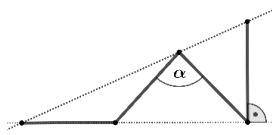
Lösungsbeispiel aus dem vergangenen Jahr und Tipps

Die folgende Lösung einer Wettbewerbsaufgabe aus der ersten Runde des vergangenen Jahres zeigt dir, dass du mit den Kenntnissen der Mittelstufe erfolgreich teilnehmen kannst.

Aufgabe 2

In der Abbildung sind die vier hervorgehobenen Strecken gleich lang.

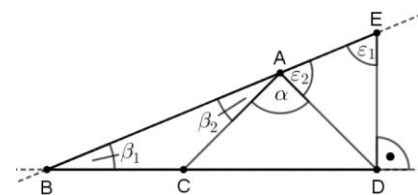
Bestimme die Weite des Winkels α .



Lösung: Die Größe des Winkels α beträgt 90° .

Beweis:

Wir bezeichnen die Punkte und Winkel wie in der Skizze.



Im rechtwinkligen Dreieck BDE ist die Innenwinkelsumme $\beta_1 + \epsilon_1 + 90^\circ = 180^\circ$.

Daher ist $\beta_1 + \epsilon_1 = 90^\circ$ (*).

Weil die beiden Dreiecke ABC und EAD gleichschenkelig sind, gelten

$\beta_2 = \beta_1$ und $\epsilon_1 = \epsilon_2$ (**).

Schließlich gilt für den gestreckten Winkel am

Punkt A:

$$\beta_2 + \alpha + \epsilon_2 = 180^\circ.$$

Dies bedeutet aber zusammen mit (*) und (**):

$$\begin{aligned} 180^\circ &= \beta_2 + \alpha + \epsilon_2 \\ &= \beta_1 + \alpha + \epsilon_1 = 90^\circ + \alpha, \end{aligned}$$

weswegen $\alpha = 90^\circ$ ist.

So, und nun bist du dran. Bei den umstehenden neuen Wettbewerbsaufgaben sollst du den Beweis führen.

Notiere in deinen Beweisen bei jedem Schritt, welchen Satz du verwendest. Z.B. schreibe „Nach dem Winkelsummensatz für Dreiecke gilt“. Wenn du keinen Namen des Satzes kennst, so kannst du den Satz auch umschreiben: „Da in einem Dreieck die Winkelsumme 180° beträgt, folgt nun“. Es muss nur bei jedem Schritt deutlich werden, was du verwendest und wie du schließt.

Auch wenn du eine Aufgabe nicht vollständig lösen kannst oder nicht alle Schritte vollständig begründen kannst, so schreibe doch bitte trotzdem deinen Lösungsanfang und deine Ideen für die Lösung auf. Vielleicht fehlen dir noch wenige Schritte zur vollständigen Lösung.

Beim Lösen einer Geometrieaufgabe helfen dir vielleicht die folgenden Punkte:

- Mache dir eine genaue Zeichnung und überprüfe den Aufgabentext anhand der Zeichnung ganz genau. Überzeuge dich, dass du die Aufgabe richtig verstehst. Falls du die Aufgabe nicht ganz ver-

steht, so kannst du fragen, z.B. unter info@landeswettbewerb-mathematik.de

- Kennzeichne in der Zeichnung alle gegebenen und gesuchten Größen mit unterschiedlichen Farben.
- Überprüfe, ob du in der Figur gleichschenkelige oder gar gleichseitige Dreiecke erkennen kannst. Welche Folgerungen kannst du dann für die Innenwinkel in solchen Dreiecken ziehen?
- Zeichne Hilfslinien ein, dadurch entstehen oft neue Figuren.
- Aus Zeichnungen kannst du nur Beweideen entnehmen, diese musst du dann noch begründen. Begründungen wie „Durch Nachmessen erkenne ich“ oder „Ich sehe in der Zeichnung, dass....“ genügen nicht.
- Versuche durch Vorwärtsarbeiten (also ausgehend von den Voraussetzungen) weitere Beziehungen herzuleiten.
- Versuche auch durch Rückwärtsarbeiten (was müsste erfüllt sein, damit ich den Beweis führen kann?) voran zu kommen.
- Überlege, ob du mit einem Kongruenzsatz eine Länge oder einen Winkel erschließen kannst.
- Überlege, ob du die Aufgabe in einem Spezialfall lösen kannst – manchmal erhält man dabei eine Idee für den allgemeinen Fall.